

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

НИИ МЕХАНИКИ

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО
ПРЫЖКА

Задача практикума по механике

Под редакцией академика РАН Е.И. Шемякина

Издательство Московского Университета
2005

УДК 516
ББК 22.2
Р 18

Авторы: С.В. Гувернюк, А.Ф. Зубков, Я.К. Лоханский, Д.Н. Петров,
М.П.Фалунин

Рецензент: к.ф.-м.н. В.М. Гендугов

Р 18 Распространение и отражение гидравлического прыжка. Задача
практикума по механике. /Под ред. акад. Е.И. Шемякина. —
М.:Издво Моск. ун-та, 2005.- 36с.

ISBN 5-211-05138-6

Учебное пособие содержит задачу общего физико-механического практикума о распространении и отражении гидравлического прыжка в открытом водоеме, выполняемую студентами третьего курса механико-математического факультета МГУ. Даются представления о методах и технике получения условий совместности на поверхностях сильного разрыва, также навыки в постановке и проведении физического эксперимента с использованием современных компьютерных технологий. Пособие может быть полезно также студентам и преподавателям ВУЗов технического профиля.

УДК 516
ББК 22.2

ISBN 5-211-05138-6

© Московский государственный
университет имени
М.В. Ломоносова, 2005

ВВЕДЕНИЕ

При описании движения сплошной материальной среды могут использоваться математические модели различного уровня детализации происходящих физических процессов в зависимости от того, насколько существенно то или иное физическое свойство данной материальной среды проявляется в конкретном ее движении. Часто бывает так, что некоторое из физических свойств материальной среды, например вязкость, проявляется лишь в малой локализованной переходной зоне, а всюду вне этой зоны движение среды достаточно хорошо подчиняется упрощенной модели, не учитывающей отмеченное свойство. В этих случаях целесообразно применять упрощенные модели во всей области движения сплошной среды, заменяя локальные переходные зоны математическими поверхностями разрыва решений соответствующих упрощенных уравнений. Ударные волны перед быстролетающими телами в воздухе, гидравлические прыжки в открытом водоеме, сейсмические ударные волны в грунтах - примеры таких локализованных переходных явлений в газообразных, жидких и твердых средах. Различают "сильные" и "слабые" разрывы [1]. Поверхности, при переходе через которые терпят разрыв основные искомые функции, называются сильными разрывами. Поверхности, на которых искомые функции непрерывны, а разрывны только некоторые их производные, называются слабыми разрывами.

Целью задачи является ознакомление с экспериментальной и теоретической методикой моделирования и исследования закономерностей распространения и отражения сильных разрывов в сплошной среде на примере наглядного и относительно просто описываемого локализованного переходного явления - гидравлического прыжка в открытом водоеме [2-3].

1 ОПИСАНИЕ ЯВЛЕНИЯ

Движение жидкости в открытом канале иногда сопровождается резким повышением уровня свободной поверхности. Данное явление (разрывную волну) можно наблюдать в природе и в лабораторных условиях [2-4]. Внешне это выглядит как крутая ступенька свободной поверхности и носит общее название гидравлический прыжок. В частном случае движущегося гидравлического прыжка используют термин "бора"[3].

В природе гидравлическим прыжком являются, например, волны прорыва, образующиеся при разрушении дамбы или плотины. Другой пример океанические волны цунами¹, которые возникают в результате обширных подвижек дна океана, вызванных землетрясением.

В лабораторных условиях разрывная волна может быть получена в открытой кювете с водой при импульсном вдвижении поршня или при внезапном удалении вертикальной перегородки, удерживавшей первоначальный перепад уровней свободной поверхности в кювете. Известны также экспериментальные установки для исследования сложных ударно-волновых структур в газах методом газо-гидравлической аналогии [4]. В них двумерные модели тел протаскиваются в тонком горизонтальном слое воды (глубины h_0) со скоростью U . Если $U > c_0$, $c_0 = (gh_0)^{1/2}$, то наблюдаемые картины обтекания при числе Фруда $Fr = U/c_0$ приближенно аналогичны картинам сверхзвукового обтекания соответствующих тел в газах при полете с числом Маха $M = Fr$. Здесь g - ускорение свободного падения, c_0 - скорость распространения длинных бесконечно слабых волн согласно теории мелкой воды [2-3]. На рис.1 показаны примеры экспериментального исследования интерференции ударных волн в воздухе (при сверхзвуковом обтекании пары параллельных цилиндров) и аналогичных гидравлических прыжков на мелкой воде: рис.1,а - эксперимент О.Н. Иванова и А.И. Швеца в аэродинамической трубе А-7 НИИМ МГУ при числе Маха сверхзвукового потока воздуха $M = 1,4$; рис. 1,б - эксперимент И.Р. Якубова на гидравлической установке ТашПИ при протаскивании пары цилиндров в слое мелкой воды со скоростью $U = 1,4c_0$. Аналогия не полная, но достаточно близкая.

¹Справка о природном явлении "цунами" дана в приложении.

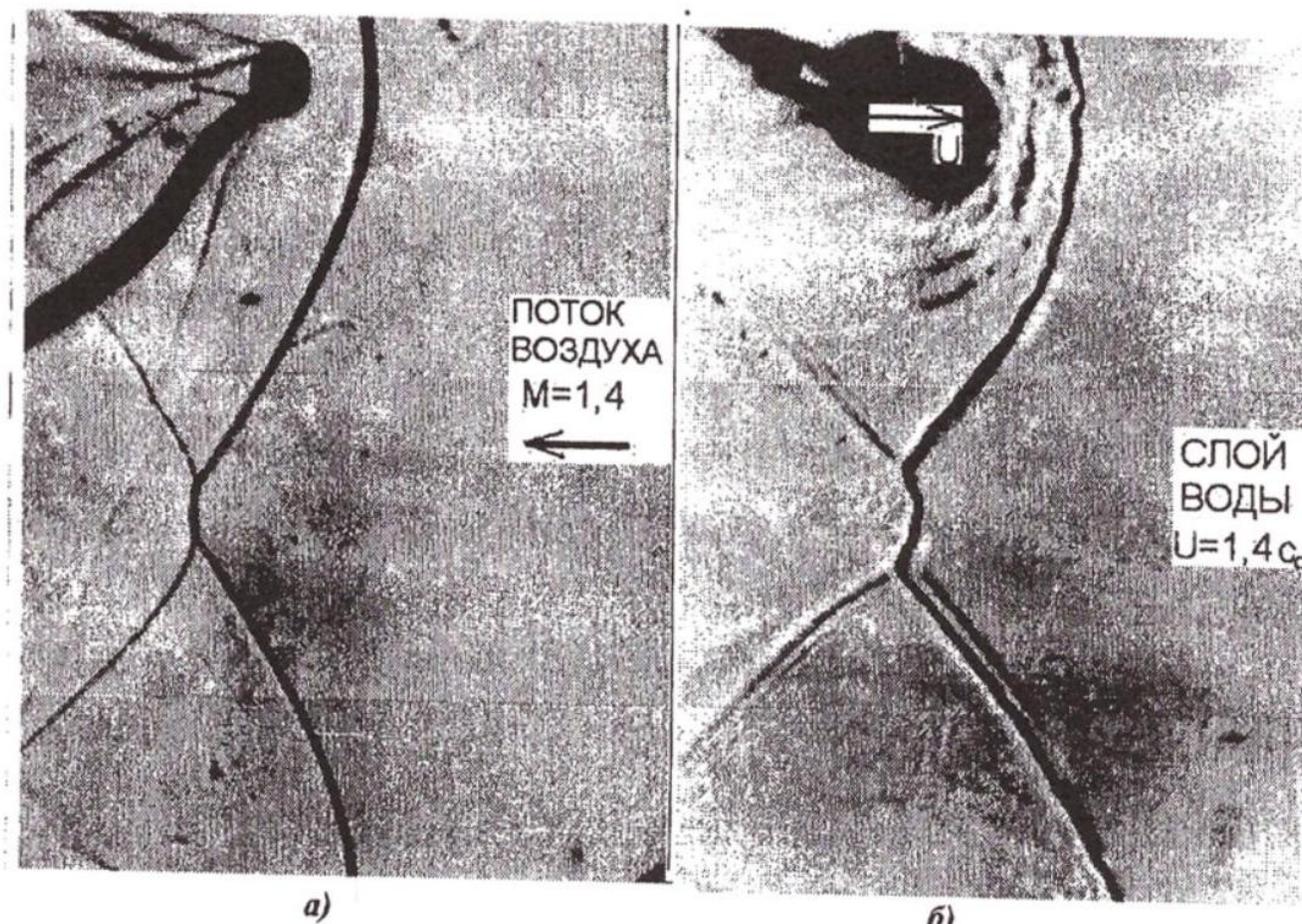


Рис. 1.

2 ТЕОРИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРЫЖКА

Рассмотрим прямолинейную разрывную волну (бору), распространяющуюся в невозмущенный слой жидкости глубины h_0 над плоским горизонтальным дном. Переходная зона - "ступенька" уровня воды (рис.2, а,б) перемещается горизонтально слева направо с постоянной скоростью D_l , вызывая утолщение слоя воды на величину $\Delta h = h_l - h_0$, и приводя его в состояние поступательного горизонтального движения с постоянной скоростью u_1 по всей толщине (трением на дне водоема пренебрегаем).

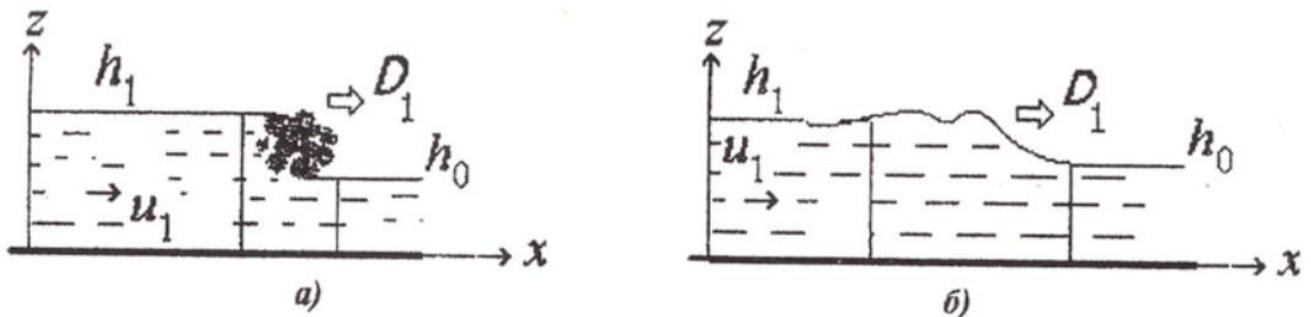


Рис.2.

Безразмерный параметр

$$i_l = (h_l - h_0) / h_0 \quad (1)$$

называется интенсивностью гидравлического прыжка, он характеризует относительный перепад уровней жидкости в разрывной волне; при $i_l \rightarrow 0$ гидравлический прыжок вырождается в слабое возмущение.

В областях постоянных параметров до и после переходной зоны боры справедливы гидростатический закон² распределения давления по глубине:

$$p_0 = p_a + \rho g (h_0 - z) \quad \text{- до переходной зоны,} \quad (2)$$

$$p_l = p_a + \rho g (h_l - z) \quad \text{- после переходной зоны} \quad (3)$$

(p_a - атмосферное давление над свободной поверхностью; ρ - плотность воды; Z - вертикальная координата с началом отсчета на дне водоема, рис. 2)

В переходной зоне движение жидкости имеет сложную структуру и сопровождается диссипацией механической энергии (обсуждение многочисленных физических механизмов отвода энергии в гидравлических прыжках можно найти в [3]). Приближенное правило, основанное на многочисленных наблюдениях, устанавливает, что при интенсивностях i_l больших примерно 0,3 образуются турбулентные боры с крутым пенящимся фронтом (рис.2,а); при меньших интенсивностях структура боры в переходной области приобретает характер ундулярной (т.е. волнистой) поверхности с явно выраженным волновым шлейфом (рис.2,б).

Адекватное математическое моделирование течения в переходной области возможно лишь с учетом многих тонких свойств, присущих реальной жидкости. Тем не менее, можно получить универсальные соотношения (6)(7), связывающие параметры среды до- и после переходной области независимо от ее

²Гидростатический закон распределения давления по глубине справедлив не только в данном частном случае покоя или простейшего движения жидкости с постоянными пазываемых длинных волн [2-3].

внутренней структуры. Это достигается путем применения общих интегральных законов сохранения массы и изменения количества движения к конечному объему жидкости, который в единицу времени проходит через гидравлический прыжок. Более того, подведя баланс кинетической и потенциальной энергий, можно подсчитать скорость, с которой масса жидкости, пересекающая гидравлический прыжок, теряет механическую энергию (см. ниже выражение (12)). Таким образом, несмотря на все сложности, связанные с ундуляцией и турбулентностью как способами отвода механической энергии в гидравлическом прыжке, оказывается оправданным рассмотрение гидравлического прыжка по существу как настоящего разрыва, удовлетворяющего определенным условиям.

2.1. Вывод соотношений на поверхности разрыва

При математическом описании гидравлического прыжка как сильного разрыва протяженность переходной зоны не учитывается (сравните рис.2 и рис.3,а).

Для вывода условий на разрыве удобно перейти к системе координат (ξ, z) , $\xi = x - D_1 t$, связанной с фронтом гидравлического прыжка. Относительно этой новой (сопутствующей) системы координат (ξ, z) движение жидкости установившееся и гидравлический прыжок стационарный. На рис.3,б обозначения V_+ , V_- соответствуют относительной скорости потока до и после фронта $\xi = 0$ стационарного прыжка. В случае распространения боры со скоростью D_1 в покоящуюся воду (рис.3,а) имеем очевидные формулы пересчета

$$V_{-} = -D_1 + u_1, \quad V_{+} = -D_1 \quad (4)$$

$$h_{-} = h_1, \quad h_{+} = h_0 \quad (5)$$

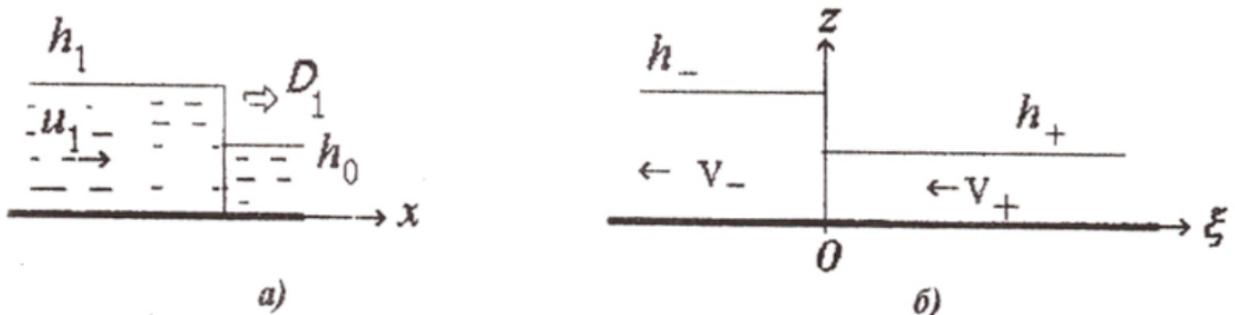


Рис.3.

Состояние жидкости по обе стороны стационарного разрыва (рис.3,б) определяется четырьмя параметрами: V_- , h_- , V_+ , h_+ , которые не могут быть произвольными, а должны удовлетворять условиям совместности на скачке. Условия

совместности получаются из общих интегральных законов сохранения для жидких частиц, пересекающих поверхность разрыва:

$$V_- h_- = V_+ h_+, \quad (6)$$

$$h_+ V_+^2 - h_- V_-^2 = \frac{g}{2} (h_-^2 - h_+^2). \quad (7)$$

Вывод уравнений (6)-(7) достаточно прост и основан на следующих соображениях.

За время Δt через отрезок длины ΔL неподвижного фронта гидравлического прыжка пройдет масса жидкости (справа налево, рис.3,б)

$$\Delta m_+ = -V_+ h_+ \rho \Delta t \Delta L \quad (8)$$

За это же время в левую от фронта прыжка область поступит масса

$$\Delta m_- = -V_- h_- \rho \Delta t \Delta L \quad (9)$$

Поскольку движение установившееся, то для поддержания баланса расхода в слое жидкости необходимо потребовать равенства

$$\Delta m_+ = \Delta m_- = \Delta m, \quad (10)$$

откуда немедленно следует соотношение (6).

Изменение ΔQ количества движения массы жидкости Δm , которая за время Δt полностью перемещается через фронт гидравлического прыжка, составляет:

$$\Delta Q = \Delta m_- V_- - \Delta m_+ V_+ = \Delta m (V_- - V_+).$$

При этом горизонтальная составляющая суммарного импульса внешних сил давления (см. рис.3,б) за время Δt равна

$$\Delta I = \left[\int_0^{h_-} p_- dz - \int_0^{h_+} p_+ dz - p_a (h_- - h_+) \right] \Delta L \Delta t = \frac{h_-^2 - h_+^2}{2} \rho g \Delta L \Delta t,$$

где при вычислении квадратур учтен линейный закон

$$p_{\pm}(z) = p_a + \rho g (h_{\pm} - z) \quad (11)$$

согласно (2)-(3), (5).

Следовательно, уравнение изменения количества движения

$$\Delta Q = \Delta I$$

приводится к виду

$$(V_- - V_+) \Delta m = \frac{\rho g}{2} (h_-^2 - h_+^2) \Delta L \Delta t,$$

из которого, с учетом (8)-(10), вытекает соотношение (7).

2.2. Потери механической энергии в гидравлическом прыжке

С помощью (6)-(7), можно определить скорость, с которой масса жидкости, пересекающая гидравлический прыжок в единицу времени, теряет механическую энергию. Скорость потери механической энергии на прыжке есть количество, на которое скорость работы над жидкостью на прыжке превосходит скорость приобретения ею кинетической и потенциальной энергии [3].

Обозначим:

$$K_{\pm} = \Delta m \frac{V_{\pm}^2}{2}, \quad \mathbb{P}_{\pm} = \Delta m g \frac{h_{\pm}}{2}$$

- кинетическая и потенциальная энергии массы жидкости Δm справа (+) и слева (-) от гидравлического прыжка, рис. 3,6 ;

$$\Delta A = (-\Delta t V_+) \int_0^{h_+} (p_+ - p_a) \Delta L dz - (-\Delta t V_-) \int_0^{h_-} (p_- - p_a) \Delta L dz$$

- работа, совершаемая избыточным давлением $p(z) - p_a$ на пути перемещения данной массы жидкости в горизонтальном направлении ³;

$$\Delta E = (K + \mathbb{P})_+ - (K + \mathbb{P})_- + \Delta A$$

- необратимые потери механической энергии в гидравлическом прыжке.

Вычисляя квадратуры с учетом линейного соотношения (11) и выражений (8)-(9) для Δm_{\pm} , получаем:

³Рассмотрение работы, совершаемой только разностью давления, позволяет избежать необходимости вычитать работу, совершаемую поднимающейся жидкостью против силы атмосферного давления.

$$\Delta A = \frac{g}{2} (h_+ - h_-) \Delta m$$

$$\Delta E = \left(\frac{V_+^2 - V_-^2}{2} + g (h_+ - h_-) \right) \Delta m$$

В силу (6)-(7), последнее выражение может быть преобразовано к виду

$$\frac{\Delta E}{\Delta m} = \frac{gh_- h_-}{4 h_+} \left(1 - \frac{h_+}{h_-} \right)^3. \quad (12)$$

Мы пришли к простому выражению (12) с кубической зависимостью скорости потери механической энергии от разности уровней жидкости по обе стороны прыжка.

Имеется большое разнообразие в способах, которыми можно осуществить требуемый отвод энергии. В случае сильных волн ($i_1 > 0,3$) основная часть энергии рассеивается за счет вспенивания и связанной с ним турбулентности. При $i_1 < 0,3$ вспенивания не происходит, а большая часть отводимой энергии передается посредством шлейфа волн за прыжком (многие интересные детали этого явления можно найти в [3]).

Важным следствием уравнения (12) является запрет существования обратных гидравлических прыжков. Действительно, выражая неравенством $\Delta E \geq 0$ необратимость процесса рассеивания механической энергии, приходим к выводу о невозможности существования гидравлических прыжков понижения уровня:

$$\frac{\Delta E}{\Delta m} \geq 0 \Rightarrow h_- \geq h_+ \Rightarrow h_1 \geq h_0$$

2.3. Условия совместности на фронте боры

Подстановка (4)-(5) в уравнения стационарного гидравлического прыжка (6)-(7), возвращает нас к случаю распространения боры в покоящуюся воду. После несложных преобразований получаем условия совместности в виде:

$$D_1 h_0 = (D_1 - u_1) h_1,$$

$$D_1 h_0 u_1 = \frac{g}{2} (h_1^2 - h_0^2).$$

С помощью определения (1) интенсивности гидравлического прыжка эти уравнения запишутся так:

$$D_1 = c_0 \left(1 + \frac{1}{2}i_1\right)^{\frac{1}{2}} (1 + i_1)^{\frac{1}{2}}, \quad (13)$$

$$u_1 = c_0 i_1 \left(1 + \frac{1}{2}i_1\right)^{\frac{1}{2}} (1 + i_1)^{-\frac{1}{2}}, \quad (14)$$

$$h_1 = h_0 (1 + i_1), \quad c_0 = \sqrt{gh_0}. \quad (15)$$

В частности, из (13) следует, что

$$\lim_{i_1 \rightarrow 0} D_1 = c_0$$

- скорость бесконечно слабого гидравлического прыжка.

В курсе гидродинамики доказывается, что в канале конечной глубины h скорость распространения прогрессивных поверхностных волн бесконечно малой амплитуды есть $c = \sqrt{(g/k) \operatorname{th}(h \cdot k)}$, где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны. В предельном случае длинных волн, $k \rightarrow 0$, также получаем⁴ $c = \sqrt{gh}$.

Теперь очевидно, что параметр

$$c_1 = \sqrt{gh_1} = c_0 (1 + i_1)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

есть скорость распространения малых возмущений позади фронта боры, т.е. имеет смысл скорости "звука".

Заметим, что гидравлический прыжок с интенсивностью $i_1 > 2, 21$, ускоряет жидкость до "сверхкритической" скорости $u_1 > c_1$, превышающей местную скорость "звука" c_1 — скорость возмущений малой амплитуды. Это легко следует из (14)-(16)

2.4. Условия эволюционности гидравлического прыжка

С помощью формул (13)-(16) можно сравнить следующие три величины:

c_0	D_1	$u_1 + c_1$
-------	-------	-------------

Здесь c_0 — скорость, с которой возмущения могли бы убежать от фронта боры вперед; D_1 — скорость фронта боры; $u_1 + c_1$ — скорость, с которой возмущения позади фронта боры способны его догнать.

⁴Эта величина играет фундаментальную роль в теории "мелкой воды"[2-3], которая, несмотря на свое название, хорошо описывает многие природные явления, в том числе — динамику океанических волн цунами.

Непосредственная проверка при помощи соотношений (13)-(16) подтверждает справедливость неравенства

$$c_0 < D_1 < u_1 + c_1 \quad (17)$$

при всех $i_1 > 0$. Это значит, что разрывная волна движется всегда с большей скоростью, чем скорость убегающих вперед малых возмущений, и - с меньшей скоростью, чем скорость догоняющих малых возмущений позади.

Аналогичные условия, называемые условиями эволюционности, справедливы не только в случае гидравлического прыжка, но и для многих других разрывных волн в различных средах, они имеют глубокий физический и математический смысл. Не эволюционный разрыв мог бы самопроизвольно излучать возмущения вперед и не зависеть от "событий происходящих сзади. Физически это означало бы разрушение волны, а математически - отсутствие однозначной разрешимости задачи о взаимодействии слабых возмущений с разрывной волной.

С основами теории эволюционности сильных разрывов в сплошных средах можно ознакомиться в [5].

2.5. Решение задачи об отражении гидравлического прыжка

Пусть движущаяся из бесконечности в направлении оси x прямолинейная бора произвольной интенсивности $i_1 > 0$ встречает на своем пути плоскую вертикальную преграду $x = 0$. Столкновение происходит в момент времени $t = 0$.

При $t < 0$ течение будет такое же, как при распространении боры по неограниченному слою жидкости (рис. 4,а), его параметры определяются по формулам (13)-(16). Позади фронта боры слой жидкости движется со скоростью u_I . В результате столкновения боры с неподвижной преградой при $t = 0$ образуется отраженный гидравлический прыжок, тор- мозящий этот слой. Отраженный прыжок существует при $t > 0$ и движется со скоростью D_2 в обратном направлении по возмущенному слою жидкости с параметрами u_1, h_1 , оставляя за собой "толстый" слой покоящейся жидкости глубиной h_2 (рис.4,б). По определению, интенсивность этого прыжка есть

$$i_2 = (h_2 - h_1) / h_1. \quad (18)$$

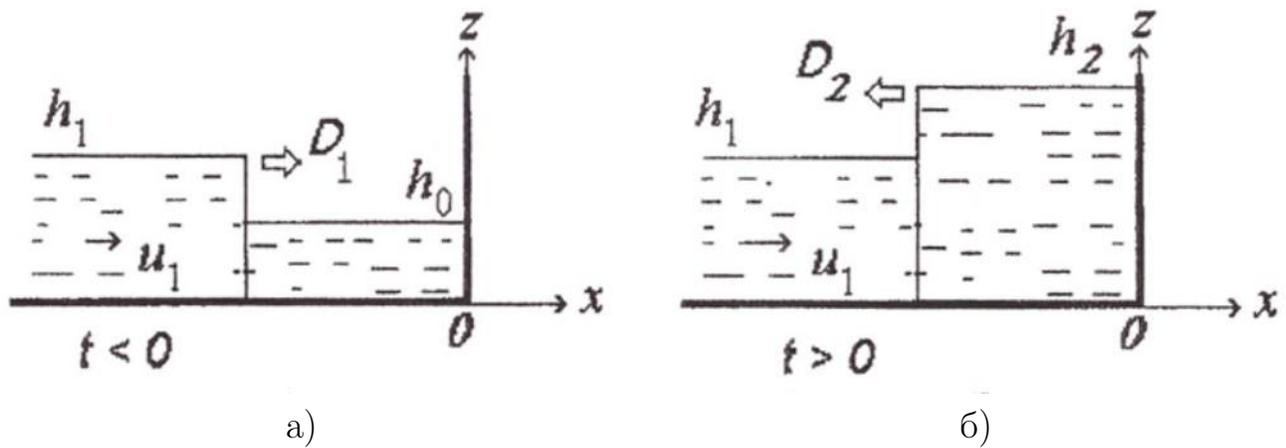


Рис. 4

Волновая картина в переменных x, t показана на рис.5. Неизвестными являются скорость отраженной волны D_2 и глубина пристеночного слоя жидкости h_2

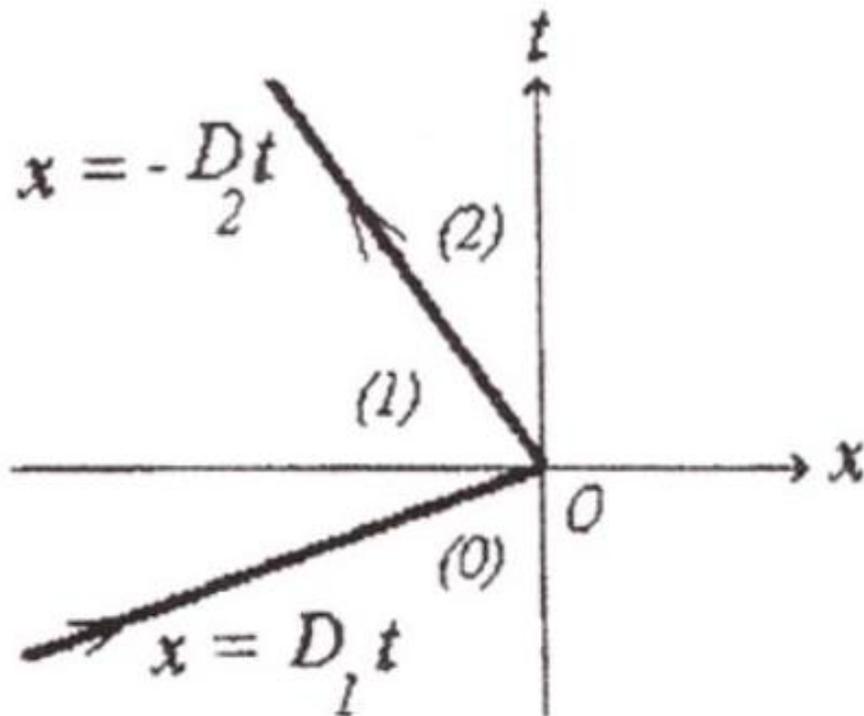


Рис. 5

Для получения соотношений на фронте отраженного гидравлического прыжка удобно, как и раньше, перейти к сопутствующей системе координат, связанной с фронтом отраженного разрыва (см. рис.3,б), но уже с другими формулами пересчета:

$$V_- = -D_2, \quad V_+ = -D_2 - u_l, \quad (19)$$

$$h_- = h_2, \quad h_+ = h_1. \quad (20)$$

В результате подстановок (19)-(20) в соотношения на поверхности разрыва (6)-(7) получаем

$$D_2 h_2 = (D_2 + u_l) h_1 \quad (21)$$

$$D_2 h_2 u_l = \frac{g}{2} (h_2^2 - h_1^2) \quad (22)$$

откуда следует

$$2u_l^2 h_1 h_2 = g (h_1 + h_2) (h_2^2 - h_1^2). \quad (23)$$

Уравнения (14),(15),(23) образуют замкнутую систему: зная интенсивность падающей волны i_I и начальную глубину h_0 , находим из (14)(15) скорость u_l и глубину h_l за падающей волной, после чего уравнение (23) содержит лишь одну неизвестную величину h_2 . С учетом (18) получаем следующее кубическое уравнение относительно интенсивности отраженной волны i_2

$$(2 + i_2) i_2^2 - \frac{(2 + i_1) i_1^2}{(1 + i_1)^2} (1 + i_2) = 0 \quad (23a)$$

При любых $i_1 > 0$ это уравнение имеет три действительных корня:

$$-\frac{i_1}{1 + i_1}, \frac{-2 - i_1 \mp \sqrt{4 + 12i_1 + 13i_1^2 + 4i_1^3}}{2(1 + i_1)}$$

из которых первые два - отрицательны и физического смысла не имеют, а единственный положительный корень можно представить в виде

$$i_2 = \frac{2i_1}{1 + \sqrt{1 + \frac{4i_1(1+i_1)}{2+i_1}}}. \quad (24)$$

С учетом (24), формулы

$$D_2 = c_0 \frac{i_1}{i_2} \sqrt{\frac{2 + i_1}{2(1 + i_1)}} \quad (25)$$

$$h_2 = h_0 (1 + i_1) (1 + i_2)$$

дают общее решение задачи об отражении боры от неподвижной прямолинейной преграды.

На рис.6. построены зависимости безразмерных величин h_2/h_0 и D_2/c_0 от интенсивности падающей волны i_1 по формулам (25).

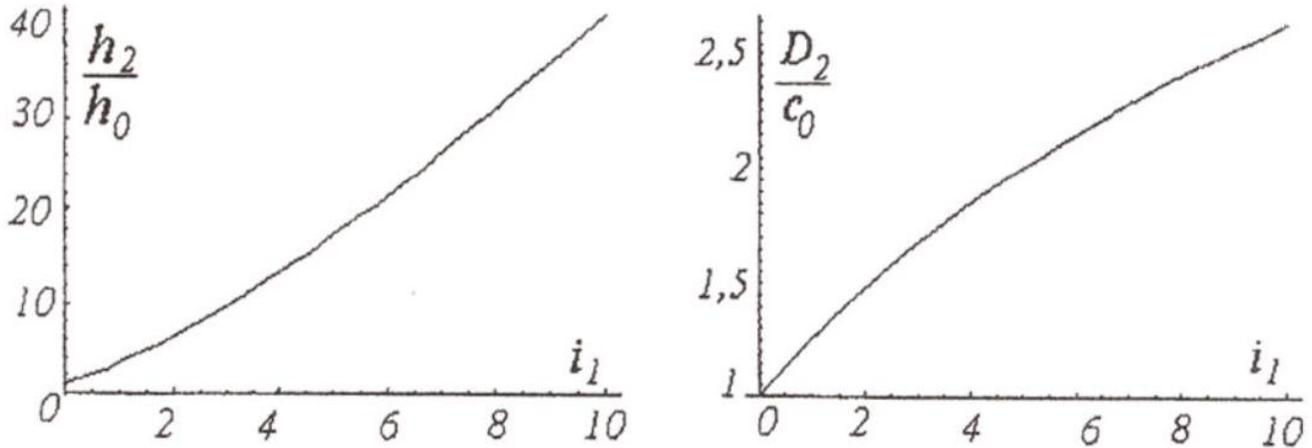


Рис.6.

В случае слабой боры при $i_1 \rightarrow 0$ из (24) получаем

$$i_2 = i_1 - \frac{i_1^2}{2} + \frac{i_1^3}{4} - \frac{i_1^5}{4} + O(i_1^6)$$

то есть при отражении слабой разрывной волны её интенсивность приближенно сохраняется, $i_2 \approx i_1$, а на отражающей стенке происходит удвоение избыточной глубины:

$$h_2 - h_0 \approx 2(h_1 - h_0).$$

Этот результат носит общий характер и имеет место, например, при отражении слабых ударных волн в газах.

В случае сильных волн при $i_1 \rightarrow \infty$ имеем:

$$i_2 = \sqrt{i_1} - \frac{1}{2} + \frac{5}{8\sqrt{i_1}} - \frac{1}{2i_1} + O(i_1^{-3/2}),$$

т.е. интенсивность отраженного гидравлического прыжка растет как корень квадратный из интенсивности падающей боры. При этом на отражающей стенке глубина жидкости возрастает более чем в $i_1^{3/2}$ раз:

$$h_2 \approx h_0 i_1^{3/2} \left(1 + \frac{0,5}{\sqrt{i_1}} + \frac{1}{i_1} \right)$$

3 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Экспериментальная волновая установка "ГАУТ" (гидравлическая аналогия ударной трубы) предназначена для проведения исследований и наглядной демонстрации разнообразных явлений на "мелкой воде" (таких как распад произвольного разрыва, течение в центрированной волне разрежения, распространение и отражение ударных волн, обтекание тел ускоренным до- и сверхзвуковыми потоками); используется для проведения студенческих лабораторных работ и для тестирования некоторых методов вычислительного эксперимента. Рабочий процесс в ГАУТ представляет собой кратковременное течение "мелкой воды" в результате распада начальной разности уровней рабочей жидкости в кювете.

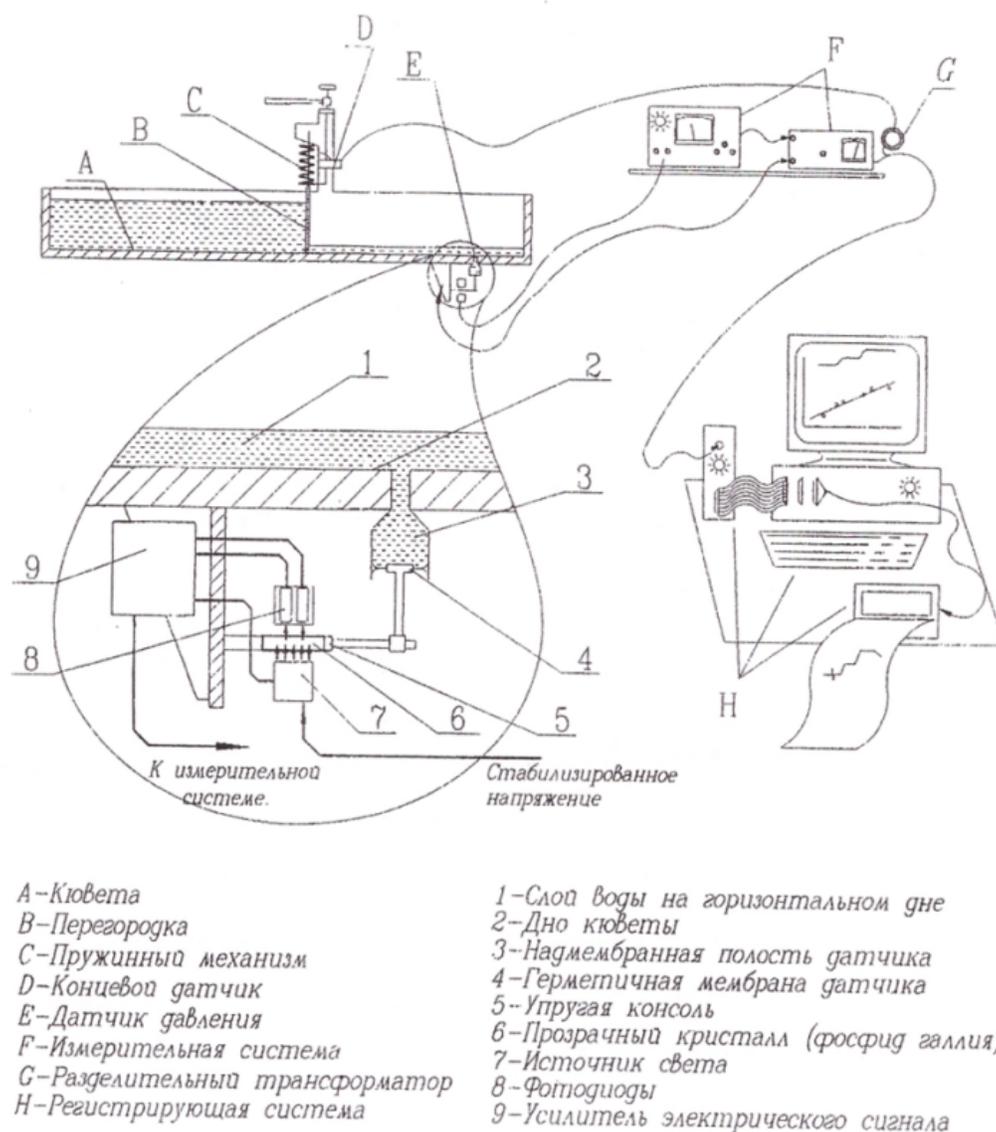


Рис. 7.

3.1. Описание установки ГАУТ и ее измерительного комплекса

Общая схема установки ГАУТ показана на рис.7. Установка содержит прямоугольную металлическую кювету "А" размером $1,5 \times 0,75 \times 0,07$ м³ с рабочей жидкостью; пружинный затвор "С" обеспечивающий резкий подъем непроницаемой поперечной перегородки "В" электронные блоки "F-G" обработки и регистрации сигналов от высокочувствительного микроанометрического датчика давления "Е" который вмонтирован в горизонтальное дно кюветы. Составными частями электронного блока "G" являются аналого-цифровой преобразователь и персональный компьютер со специализированным интерфейсом для автоматической обработки измерительных сигналов и графического представления результатов на дисплее. Датчик "D" служит для определения момента подъема перегородки, он соединен через дифференцирующий трансформатор "G" с тем же каналом АЦП, на который подается сигнал от манометрического датчика давления

Установка работает следующим образом. Кювета разделяется на два не сообщающихся отсека перегородкой "В" и заполняется водой так, чтобы в отсеках образовался перепад уровней воды, рис.7. Затем рычагом пружинный механизм "С" приводится в действие, в результате чего перегородка "В" почти мгновенно убирается, имитируя разрушение плотины. Из-за различия первоначальных уровней воды слева и справа от перегородки, жидкость приходит в движение: в одну сторону распространяется пологая волна понижения уровня, в другую - гидравлический прыжок (бора) с постоянными параметрами за прямолинейным фронтом (аналог плоской ударной волны в газодинамической ударной трубе). При подъеме перегородки срабатывает концевой выключатель "D" и на осциллограмме возникает резкий пик, по которому судят о моменте подъема перегородки. Датчик "Е" измеряет нестационарное давление в жидкости на дне кюветы. В той мере, в какой справедлив гидростатический закон (1)-(2) распределения давления по глубине слоя воды, показания датчика пропорциональны мгновенным значениям глубины h над местом расположения датчика.

На рис. 8,а представлена фотография боры, движущейся слева направо непосредственно после подъема перегородки в установке ГАУТ. На рис. 8,б и 8,в зафиксирована картина дальнейшего движения этой же боры и на рис. 8,г видно отражение скачка от правой стенки кюветы (гидравлический прыжок движется справа налево).

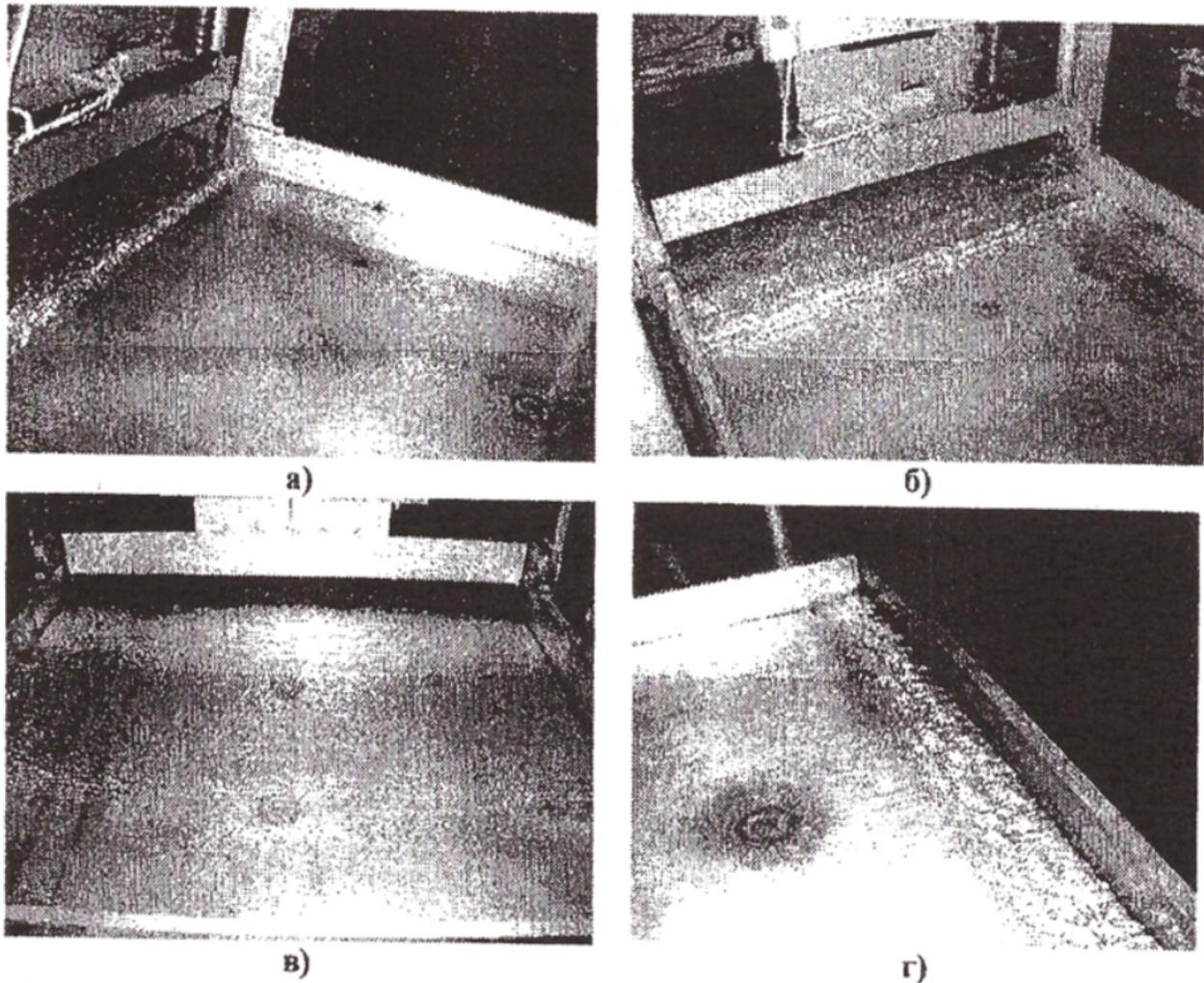


Рис. 8

3.2. Методы измерения глубины

Индикатор уровня. Начальная глубина $z = h_{\text{лев}}$, $z = h_{\text{прав}}$ покоящейся жидкости в рабочих отсеках установки ГАУТ слева и справа от перегородки "В" (рис. 7) определяется электромеханическим индикатором уровня свободной поверхности, содержащим винтовой зонд 1 (рис.9) со счетчиком оборотов 2 и тестер 3 - индикатор скачка проводимости среды между остриём винта и корпусом кюветы. С помощью электрического тестера регистрируются моменты касания зондом поверхности воды и дна кюветы. По известному шагу резьбы зонда 1 и измеренному числу оборотов между моментами касания острия зонда поверхности воды и дна кюветы вычисляется начальная глубина неподвижного слоя воды. Чтобы избежать влияния поверхностного натяжения на показания индикатора, необходимо перемещать острие зонда сверху вниз. Абсолютная погрешность измерения начальной глубины не превышает 0.1 мм.

Электрический волномер. Измерение переменного во времени волнового сме-

щения свободной поверхности жидкости можно осуществить с помощью электрического метода, который основан на измерении сопротивления между проводниками, погруженными в проводящую жидкость, рис. 10. Соответствующий датчик колебаний свободной поверхности жидкости называется волномером [7]. При смещении свободной поверхности жидкости изменяется площадь проводника, т.е. жидкости, между металлическими электродами (заштрихованная область на рис. 10), вследствие чего изменяется ток в измерительной цепи, а значит - напряжение, снимаемое с нагрузочного сопротивления R . Сигнал с нагрузочного сопротивления подается на цифровой запоминающий осциллограф. Так записывается временная развертка смещения поверхности колеблющейся жидкости⁵. Для предотвращения электролиза измерительную схему следует питать переменным напряжением с частотой на уровне 100 КГц.

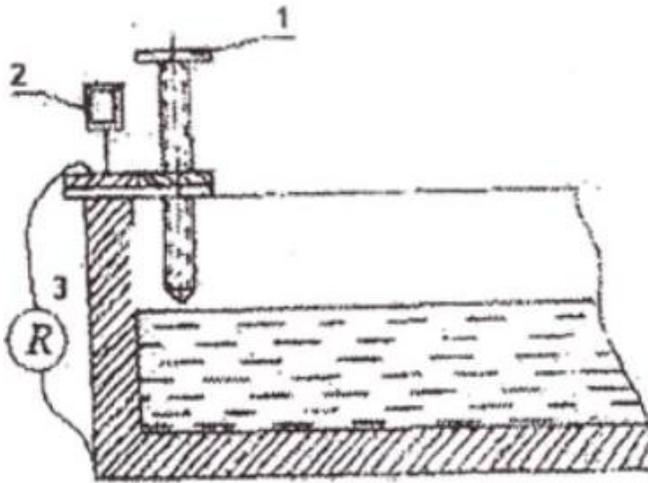


Рис. 9

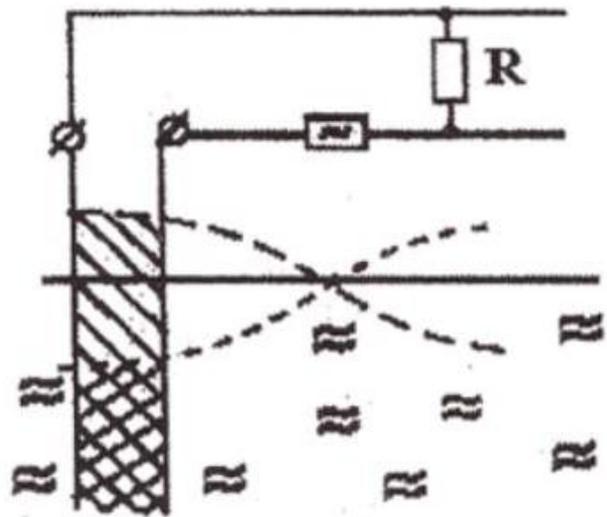


Рис. 10

С помощью волномера можно регистрировать любые суммарные смещения свободной поверхности. Однако это не всегда то, что на самом деле требуется, поскольку результирующие колебания свободной поверхности часто складываются из длинных и коротких волн, связанных с процессами различной природы. Например, вызванное волной цунами смещение свободной поверхности в открытом океане может быть вообще не заметно на фоне коротких, но высоких ветровых волн (см. приложение). В окрестности любого гидравлического прыжка присутствуют также различные коротковолновые структуры [2-3]: волновые шлейфы, капиллярные волны, рябь и т.п. (см. фотографии на рис.8)

Поэтому, когда мы интересуемся процессами, связанными с длинными волнами, то измерение смещений свободной поверхности - не лучший метод иссле-

⁵Подобный волномер используется в МФТИ на установке для изучения колебаний свободной поверхности жидкости.

дования, поскольку полезный сигнал может быть сильно искажен паразитными коротковолновыми возмущениями. Указанные трудности можно обойти, если применить манометрический метод.

Манометрический метод измерения длинноволновых возмущений в слое жидкости основывается на идее [6] использовать различия свойств распространения возмущений давления от коротких и длинных волн на свободной поверхности тяжелой жидкости. Возмущения давления от коротких волн концентрируются вблизи свободной поверхности, а возмущения от длинных волн проникают глубоко в толщу слоя вплоть до его дна. В этом нетрудно убедиться с помощью известных из курса гидродинамики выражений для потенциала возмущений в слое жидкости конечной глубины (см., например, [3]). Точный результат можно сформулировать так: колебания давления p_h на дне кюветы $z = 0$, вызванные малыми гармоническими колебаниями h' свободной поверхности,

$$z = h + h' \quad (26)$$

следующим образом зависят от длины волны λ

$$\frac{p_h}{\rho g} = h + \frac{h'}{ch \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \right)}. \quad (27)$$

Значит, измеряя давление на дне кюветы, можно автоматически отфильтровывать коротковолновую составляющую возмущений свободной поверхности. Например, согласно (26)-(27), при средней глубине $h = 10$ мм возмущения от коротких волн длиной $\lambda = 5$ мм резко ослабляются с коэффициентом затухания 0,000007, а для волн длиной $\lambda = 500$ мм этот коэффициент равен 0,99, т.е. возмущения давления от таких длинных волн практически не затухают по глубине.

Пьезооптический измеритель установки ГАУТ. Для применения манометрического метода требуется точно измерять давление на дне слоя жидкости. В установке ГАУТ это реализовано с помощью пьезооптического микроманометра⁶ (сборочный чертеж показан на рис. 11).

⁶Конструкция разработана в НИИ механики МГУ под руководством И.И. Слезингера.

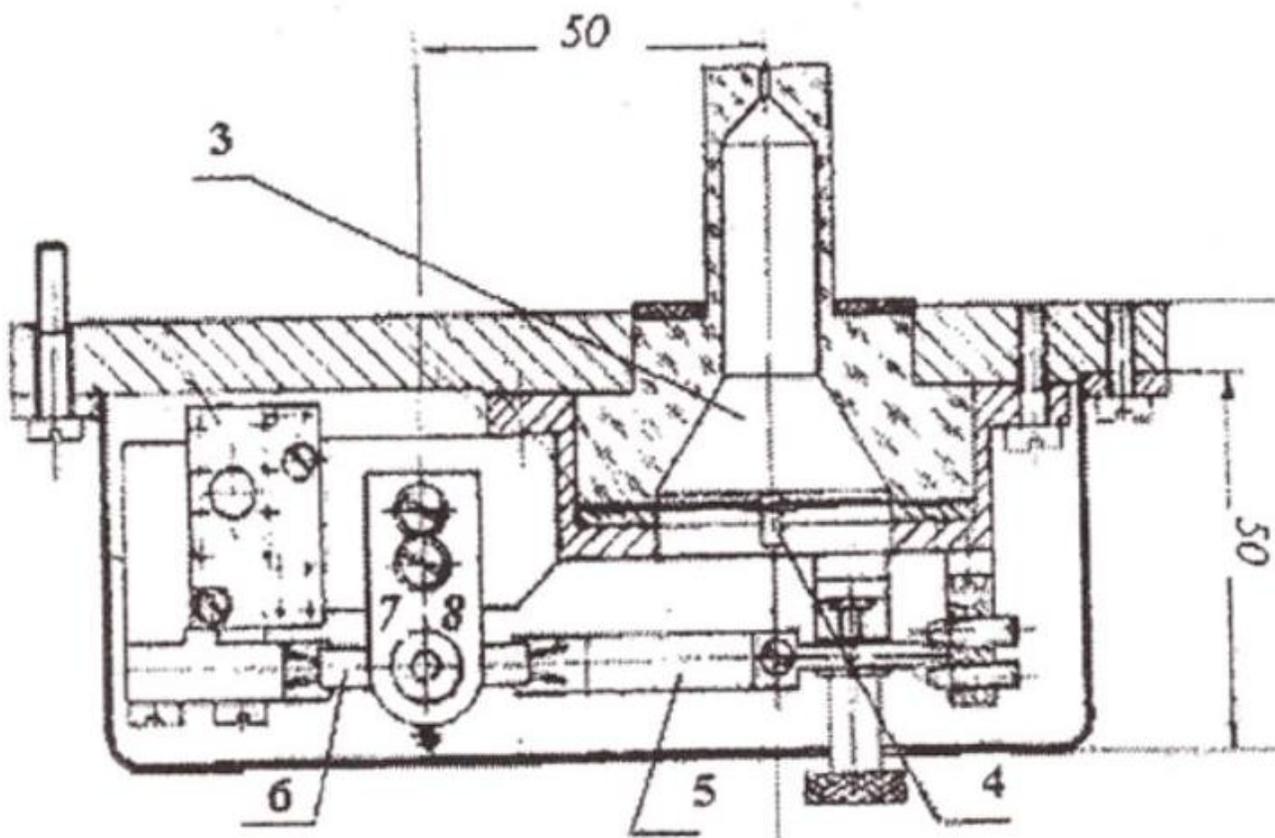


Рис. 11.

Принцип работы данного устройства состоит в следующем. На дне 2 кюветы (см. рис. 7) имеется отверстие, через которое жидкость 1 в кювете сообщается с полостью 3 над мембраной 4. Центр мембраны присоединен к концу консольной балки 5, заделанной в опору с помощью промежуточного упругого элемента 6 из фосфида галлия - изотропного монокристалла, обладающего эффектом двулучевого преломления в напряженном состоянии. Упругий элемент просвечивается пучком лучей света от светодиода 7. Входящие в упругий элемент лучи предварительно линейно поляризуются с помощью пленки поляроида-поляризатора. При деформации упругого элемента 6 под действием изменения давления на мембрану 4 происходит фазовая модуляция поляризованного света (из него, выходят две волны, поляризованные в двух взаимно перпендикулярных направлениях); модулированный деформацией среды свет далее через поляроид и фазовую пластинку падает на дифференциальный фотодиод 8. Интенсивность света на двух чувствительных площадках фотодиода, на которые свет приходит через сжатую и растянутую области сечения упругого элемента, изменяется на одной площадке в сторону увеличения, на другой - в сторону уменьшения. При этом на выходе дифференциального фотоприемника возникает разностный электрический сигнал, поступающий через электронный

блок 9 на гальванометр шлейфового осциллографа или в аналого-цифровой преобразователь, встроенный в персональный компьютер Н (см. рис. 7). Данная система регистрации динамических сигналов обладает достаточно высокими метрологическими свойствами.

3.3. Тарировка измерительной системы

Изменение глубины воды над приемным отверстием датчика давления в дне кюветы на величину Δh вызывает пропорциональное изменение выходного электрического сигнала измерителя на величину $K\Delta h$. Коэффициент пропорциональности K называется тарировочным коэффициентом. В рабочем диапазоне глубин $0 < h < 50$ мм коэффициент K не зависит от Δh и может считаться константой, однако величина этой константы в общем случае зависит от окружающей температуры в помещении и от других факторов. Поэтому при подготовке к каждому эксперименту необходимо проводить тарировку, целью которой является определение соответствующего тарировочного коэффициента K .

Тарировка осуществляется в полуавтоматическом диалоговом режиме:

- над входом в надмембранную полость датчика герметично устанавливаем вспомогательную открытую сверху цилиндрическую трубку известного диаметра d с небольшим начальным количеством воды;
- на персональном компьютере запускаем интерфейс режима тарировки и регистрируем начальный сигнал, соответствующий некоторому начальному уровню воды в трубке.
- с помощью дозатора добавляем в трубку порцию воды объемом W_1 , что увеличит уровень жидкости в трубке на величину $\Delta h_1 = 4W_1 / (\pi d^2)$;
- вводим в компьютер значение W_1 и регистрируем соответствующий отклик измерительной системы;
- Аналогичные действия повторяем 5-6 раз и в результате на экране монитора получаем тарировочную зависимость в виде точек (U_n, h_n) на плоскости, где по осям отложены: фактический подъем уровня воды над датчиком h_n и соответствующий электрический отклик U_n

Полученная зависимость $h(U)$ будет автоматически аппроксимирована (методом наименьших квадратов) прямой $h = KU$, в результате чего становится известным тарировочный коэффициент K , который будет использоваться далее ("по умолчанию") при отображении сигналов датчика.

3.4. Порядок проведения эксперимента

1. Включить измерительную систему.
2. Провести тарировку датчика.
3. Установить разделительную перегородку "В" (рис.7).
4. Заполнить водой правый отсек (с датчиком) до уровня $h_{\text{прав}} = 3 - 8$ мм, а левый отсек - до уровня $h_{\text{лев}} = 15 - 40$ мм. Начальный уровень $h_{\text{прав}}$ измерить с помощью индикатора уровня (см. раздел 3.2.).
5. Перевести интерфейс измерительной системы в режим регистрации и задать длительность записи регистрируемого сигнала (6-10 сек).
6. Запустить измерительную систему в режиме регистрации и с помощью рычага (см. рис.7) привести в действие подъемный механизм "С" . Наблюдать распространение боры (вправо от перегородки), и затем - возвращение отраженного от правого борта кюветы гидравлического прыжка (см. рис. 8).
7. Перевести интерфейс системы в режим обработки эксперимента. На экране монитора появится осциллограмма зарегистрированного процесса (примерный вид показан на рис. 12).
8. С помощью встроенных средств обработки графиков найти координаты характерных точек осциллограммы: значения характерных моментов времени t (сек) и глубины h (мм), рис. 12 .
9. Распечатать осциллограмму для дальнейшего анализа. Выключить измерительную систему.

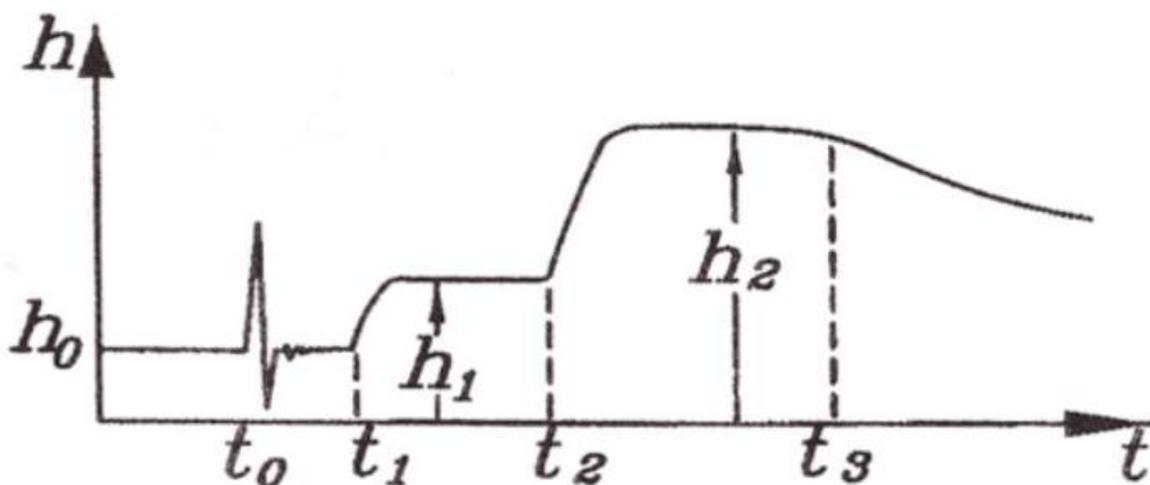


Рис. 12.

При $t < t_0$ (до снятия перегородки) имеем базовый сигнал h_0 , соответствующий начальному уровню воды $h_0 = h_{\text{прав}}$ в кювете справа. В момент $t = t_0$ на этот сигнал накладывается пик от импульсного броска напряжения возникающего при срабатывании концевого датчика "D" и паразитные возмущения от упругих вибраций корпуса установки из-за срабатывания пружинного механизма при подъеме перегородки. В момент $t = t_1$ первый гидравлический прыжок достигает входного отверстия датчика и при $t_1 < t < t_2$ постоянный сигнал $h = h_1$ соответствует повышенному уровню воды за фронтом распространяющейся боры. В момент $t = t_2$ к датчику приходит второй гидравлический прыжок, отраженный от правого борта кюветы, и постоянный сигнал $h = h_2$ в интервале времени $t_2 < t < t_3$ соответствует повышенному уровню воды между правым бортом кюветы и фронтом отраженного гидравлического прыжка, распространяющегося влево. Последующее при $t > t_3$ уменьшение уровня воды связано с волной разрежения (понижения уровня) которая приходит к входу в датчик, отразившись от левого борта кюветы. Далее начинается сложный затухающий волновой процесс постепенного выравнивания общего уровня воды в кювете.

Для анализа полученных результатов потребуется знать расстояние L_1 от створа "плотины" до входа в датчик (оно составляет 500 мм) и расстояние L_2 от входа в датчик до отражающей вертикальной стенки кюветы (оно составляет 190 мм), см. рис.7. Эти величины, а также $h_{\text{лев}}$, $h_{\text{прав}}$, d , W_1 , W_2, \dots , измеряются непосредственно, остальные - при помощи осциллограмм ⁷.

⁷В [8] дополнительно рассмотрены примеры более сложных задач: взаимодействие боры с наклонной преградой и с уголковым препятствием.

4 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Протокол оформляется в виде заполненных таблиц 1-3 начальных данных и результатов эксперимента.

Таблица 1. Тарировка датчика

d	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	K
мм	мл	мл	мл	мл	мл	мм/В

Таблица 2. Параметры эксперимента

L_1	L_2	$h_{\text{лев}}$	$h_{\text{прав}}$	$i_0 = \frac{h_{\text{лев}} - h_{\text{прав}}}{h_{\text{прав}}}$
мм	мм	мм	мм	

Таблица 3. Результаты эксперимента

h_1	h_2	t_0	t_1	t_2	$D_1 = \frac{L_1}{t_1 - t_0}$	$D_2 = \frac{L_2 D_1}{(t_2 - t_1) D_1 - L_2}$
мм	мм	сек	сек	сек		

На рис.13 построена теоретическая кривая $i_2 = f(i_1)$ по формуле (24) и нанесены точки экспериментальных результатов, которые были получены в разное время студентами при выполнении данной лабораторной работы практикума:

$$i_{1\text{эксп}} = \frac{h_{1\text{эксп}} - h_0}{h_0}, \quad i_{2\text{эксп}} = \frac{h_{2\text{эксп}} - h_{1\text{эксп}}}{h_{1\text{эксп}}}, \quad h_0 = h_{\text{прав}}$$

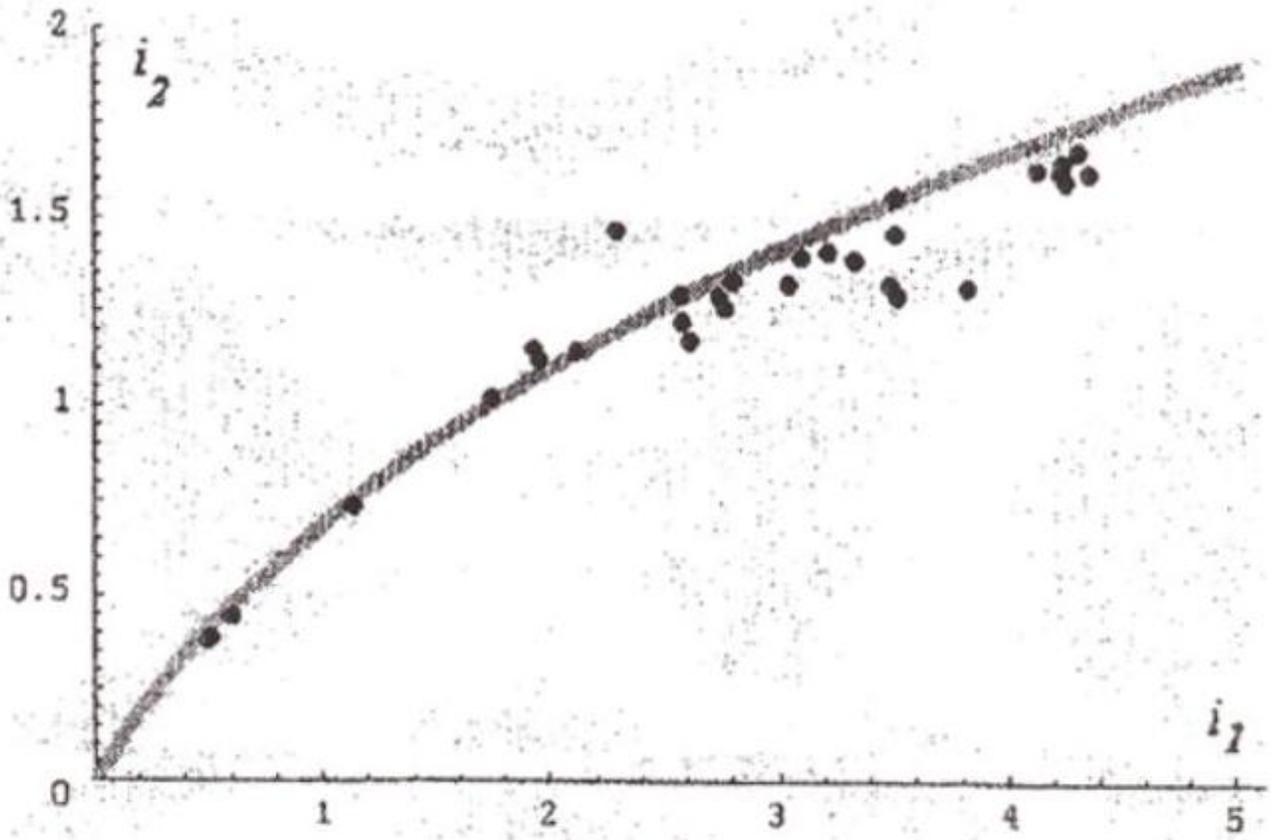


Рис. 13.

5 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Используя экспериментальные данные, сравните скорости падающего и отраженного разрывов D_1, D_2 , полученные двумя способами:

- при непосредственном измерении времён прохождения волн
 $D_1 = D_{1\text{эксп}}, D_2 = D_{2\text{эксп}};$
- с помощью теоретических формул (13), (24), (25) при $i_1 = i_{1\text{эксп}}$:
 $D_1 = c_0 f(i_1), D_2 = c_0 F(i_1, i_2(i_1)).$

Дайте свою интерпретацию результата сравнений.

Задание 2. Оцените погрешность теоретического предсказания подъема жидкости на отражающей стенке, сравнивая измеренную величину $h_2 = h_{2\text{эксп}}$ с результатом расчета по формулам (24), (25) при $i_1 = i_{1\text{эксп}}$. Сравните $h_{\text{лев}}$ и $h_{2\text{эксп}}$.

Задание 3. Используя полученные экспериментальные данные, проверьте соблюдение условий эволюционности разрыва для падающего и отраженного гидравлических прыжков.

Задание 4. Объясните, почему отрицательные корни уравнения (23а) не имеют физического смысла.

6 ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.1. М.: Наука, 1973.
2. Стокер Дж. Волны на воде. М.: ИЛ, 1959.
3. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. М.: Мир, 1981.
4. Гишинский М.М., Лебедев М.Г., Якубов И.Р. Моделирование течений газа с ударными волнами. М.: Машиностроение, 1984.
5. Куликовский А.Г., Любимов Г.А. Магнитная гидродинамика. М.: Логос, 2005.
6. Гувернюк С.В. Распространение и отражение гидравлического прыжка. Сильные разрывы в сплошной среде. Учебное пособие. М.: НИИ механики МГУ, 1988.
7. Букреев В.И., Гусев А.В., Малышева А.А. и др. Экспериментальная проверка газогидравлической аналогии на примере задачи о разрушении плотины. Изв. АН, МЖГ., 2005 , №5.
8. Задачи физико-механического практикума по газовой и волновой динамике: Учебное пособие под ред. В.П. Козлова и Е.А. Сагомоян. М.: Изд-во МГУ, 1993.

7 ПРИЛОЖЕНИЕ

Цунами это морская волна, возникающая в результате сдвига вверх или вниз протяженных участков морского дна при подводных и прибрежных землетрясениях. Подвижка океанского дна при землетрясениях обычно порядка 50 см в высоту на площади в десятки и сотни квадратных километров, поэтому в глубоком океане масса колонны воды, сместившейся над областью землетрясения, огромна. Возбуждаемые волны цунами имеют маленькую высоту при очень большой длине и несут колоссальный запас энергии. Скорость распространения цунами от 100 до 1000 км в час. Являясь глубокими волнами, цунами захватывают всю толщу воды от самого дна и до поверхности в отличие от ветровых волн, которые развиваются лишь на поверхности моря и неглубоко от нее (см. формулы (26)-(27) в разделе 3.2). В таблице П1 сравниваются параметры цунами и самых сильных ветровых волн.

Таблица П1. Основные характеристики цунами и ветровых волн

Параметры	Ветровые волны	Цунами
Скорость распространения	до 100 км/час	до 1000 км/час
Длина волны	до 0.5 км	до 1000 км
Период	до 20 секунд	до 2.5 часов
Глубина проникновения	до 300 м	до самого дна
Высота волны в открытом море	до 30 м	до 2 м
Высота волны у побережья	до 40 м	до 70 м

Японский термин "цунами" образован из двух иероглифов, читающихся как "иу" что означает "гавань" и "нами" "большая волна". Этот термин отвечает сути явления, поскольку волны цунами именно при приближении к берегу сильно увеличивают свою высоту.

В открытом океане цунами не может принести никакого вреда, волны цунами столь длинны, что даже как волны не воспринимаются: длина их составляет от 150 до 400 км, иногда 1000 км, высота - несколько десятков сантиметров или максимально несколько метров. Цунами становится разрушительными вблизи береговой линии, поскольку при подходе цунами к берегу энергия волны приходится на все более тонкий слой воды. Если цунами входит в воронкообразные устья рек, то волна становится еще выше. Поэтому так опасно двигаться по долинам рек в случае приближения цунами.



Рис. П1. Кацусика Хокусаи. "Большая волна"

Далеко в море моряки не замечают цунами. Однако вблизи берега такие волны увеличивают свою высоту до страшных размеров, рис.П1, разрушая все в прибрежной полосе, выбрасывая на берег огромные суда, стоящие на якоре.

Подобно тому, как имеется шкала интенсивности землетрясений, существует и шкала интенсивности цунами в магнитудах, см. таблицу П2.

Таблица П2. Шкала интенсивности цунами

Магнитуда	Максимальная высота подъема воды на берегу	Характеристика последствий воздействия
I	до 0.5-1 м	Цунами очень слабое, волна отмечается лишь мареографами
II	1 м	Слабое цунами, может затопить плоское побережье. Его отмечают лишь те, кто знает море
III	2 м	Цунами средней силы, отмечается всеми. Плоские побережья затоплены, легкие суда выбрасываются на берег, портовые сооружения подвергаются небольшому ущербу
IV	3-8 м	Сильное цунами, побережье затоплено, прибрежные постройки и сооружения повреждены. Крупные суда выброшены на сушу, берега засорены обломками и мусором. Отдельные смертельные случаи
V	8-23 м	Очень сильное цунами, существенные разрушения как в глубине суши, так и вдоль побережья по фронту до 400 км. Все кругом усеяно обломками, человеческие жертвы
VI	более 23 м	Катастрофическое цунами, полное опустошение побережья и приморских территорий по фронту более 500 км. Суша затоплена на значительное пространство в глубь от берега моря. Самые крупные суда повреждены. Весьма многочисленные жертвы

Оповещение о подходе цунами осуществляется при помощи мареографов, установленных вдали от побережий.

Мареограф (от латинского mare - "море" и греческого grapho - "пишу") - прибор для определения характеристик волн, основной частью которого является поплавок, установленный в трубке, сообщающейся с океаном, см. рис. П2. Трубка располагается таким образом, что один из ее открытых концов находится чуть выше дна бухты, второй поднимается высоко над уровнем моря. По принципу сообщающихся сосудов изменение уровня моря повторяется в трубке, вызывая смещение поплавка. Когда вода в трубке, а вместе с ней и поплавок, поднимается и опускается, несложный самописец регистрирует эти смещения,

прочеркивая высоту волн.

С целью регистрации не любых, а только длинных волн, нижний конец трубки закрывают крышкой, в которой оставляют лишь маленькое отверстие.

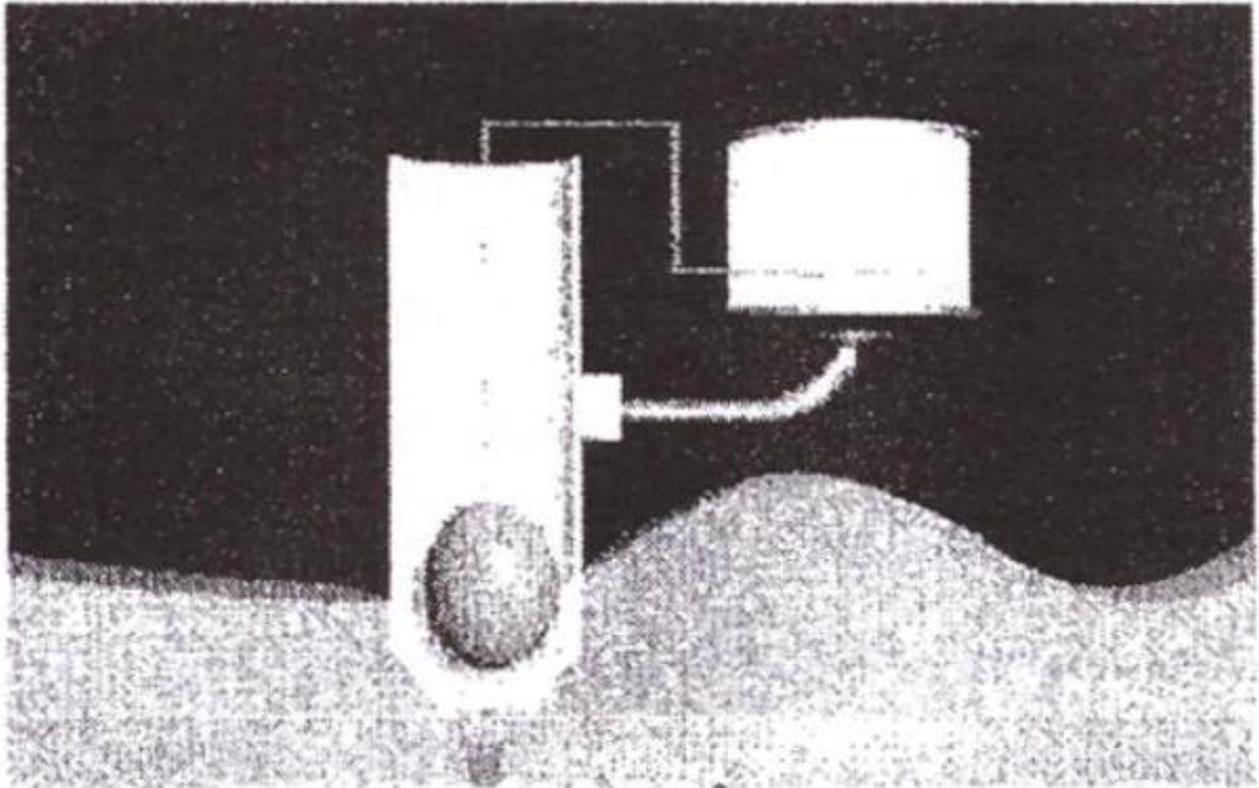


Рис. П2.⁸

Благодаря давлению, которое создается проходящими гребнями волн, вода проникает сквозь это отверстие, и уровень воды в трубке слегка поднимается. Однако волны коротких периодов (от ветра), даже очень высокие, проходят слишком быстро, и поэтому вода, успевающая чуть-чуть проникнуть через отверстие, тут же выливается - уровень воды в трубке почти не меняется. Если же проходит длинная волна, с большим периодом, то она создает давление, достаточно длительное для того, чтобы изменить уровень воды в трубке. Таким образом, несмотря на то, что волны цунами имеют высоту, измеряемую немногими сантиметрами, прибор регистрирует только эти волны длинных периодов и никак не реагирует на короткие ветровые волны, даже в зоне, где волны от ветра достигают больших высот.

⁸<http://www.mstu.edu.ru/structure/faculties/ff/math/lab/prkat/cun22.htm>